# IFS, subsistemas y conexidad

**Mariano Andrés Ferrari**
Facultad de Ingeniería, UNPSJB, Argentina
mferrari7@gmail.com

Consideremos un sistema de funciones iteradas (IFS) compuesto de similitudes en $\mathbb{R}^2$: $I^1 = \{1, 2, \ldots, d\}$, $\{\varphi_i : i \in I^1\}$, y sea $K$ el conjunto autosemejante asociado:

$$K = \cup_{i \in I^1} \varphi_i(K)\,.$$

Denotamos por $I^*$ al conjunto de secuencias finitas $\omega_1\omega_2\omega_3 \ldots \omega_n$, $\omega_j \in I^1$, y sea $I$ el conjunto de sucesiones infinitas. Consideraremos un orden total dado por la longitud, $|\omega| < |\lambda|$, y el orden lexicográfico si $|\omega| = |\lambda|$. Definimos un subsistema $W \subset I$ eliminando las secuencias correspondientes a transformaciones idénticas:

$$W = \{\omega \in I : \varphi_{\omega_1\omega_2\ldots\omega_n} \neq \varphi_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_m}\, \forall\, \lambda_1\lambda_2 \ldots \lambda_m < \omega_1\omega_2 \ldots \omega_n\}\,.$$

Diremos que $W$ es separado, y que $I$ es débilmente separado, si las imágenes $\varphi_{\omega_1\ldots\omega_k}(K)$ no se solapan para secuencias distintas de $W$. Diremos además que $W$ es conexo si existe $T > 0$ tal que dados $\alpha, \beta \in W^*$ existe $|\lambda| \leq T$ tal que $\alpha\lambda\beta \in W^*$.

La dimensión de crecimiento de $I$ se corresponde a la dimensión de similaridad de $W$ y es el único $s$ tal que $\lim\limits_{k\to\infty} \left(\sum r^s_{\omega_1\ldots\omega_k}\right)^{1/k} = 1$. Samebos que si $W$ es separado entonces $\mathcal{H}^s(K) > 0$ y $s$ es la dimensión de Hausdorff de $K$. Reciprocamente, si $W$ es conexo y $\mathcal{H}^s(K) > 0$, entonces $W$ es separado.

En esta presentación mostraremos algunos ejemplos de sistemas para los cuales el subsistema $W$ no es conexo. Plantearemos entonces algunas preguntas sobre la existencia de tales subsistemas, sus características, y su relación con la dimensión y la medida de Hausdorff de $K$.