Problemas de distancias entre G-marcos

María José Benac
Departamento Académico de Matemática - FCEyT- UNSE, CONICET, Argentina
mjbenac@gmail.com

Una familia $\mathcal{F} = \{T_i\}_{i\in I}$ de operadores lineales acotados $T_i : \mathbb{C}^d \to \mathbb{C}^n$ es un G-marco para $\mathbb{C}^d$ si existen constantes $a, b > 0$ tales que

$$a\|x\|^2 \leq \sum_{i\in I} \|T_i\, x\|^2 \leq b\|x\|^2,$$

para cada $x \in \mathbb{C}^d$. Si sólo se verifica la desigualdad superior, decimos que $\mathcal{F}$ es una sucesión G-Bessel para $\mathbb{C}^d$.

Dada una sucesión G-Bessel $\mathcal{F} = \{T_i\}_{i\in I}$, su operador de marco $S_{\mathcal{F}}$ se define como

$$S_{\mathcal{F}} = \sum_{i\in I} T_i^* T_i.$$

Sea $\alpha = (\alpha_i)_{i\in I_m}$ una sucesión finita de pesos positivos ordenada en forma no creciente. Consideramos el conjunto

$$\Lambda_\alpha = \{\mathcal{F} = \{T_i\}_{i\in I_m} : \mathcal{F} \text{ es una sucesión G-Bessel para } \mathcal{H}, \text{ con } \|T_i\|_2^2 = \alpha_i\},$$

donde $\mathcal{H}$ es un espacio de Hilbert de dimensión finita.

Sea A un operador semi definido positivo de $\mathcal{H}$. El objetivo de esta charla es calcular

$$\min_{\mathcal{F}\in\Lambda_\alpha} \|A - S_{\mathcal{F}}\|_2^2,$$

y caracterizar las sucesiones G- Bessel que alcanzan la distancia mínima.

Trabajo en conjunto con Noelia Belén Rios (Centro de Matemática de La Plata, FCE - UNLP, Argentina - IAM-CONICET, Argentina) y Mariano Ruiz (Centro de Matemática de La Plata, FCE - UNLP, Argentina - IAM-CONICET, Argentina).