Nuevos conceptos de ortogonalidad para matrices de índice 1

Ruth Paola Moas
Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina
pmoas@exa.unrc.edu.ar

En [2] Ferreyra y Malik introdujeron una propiedad en el conjunto de matrices de índice 1, llamada core-aditividad: $(A+B)^c = A^c + B^c$, donde c simboliza la inversa core de una matriz [1]. Mediante dicha propiedad se dieron nuevas caracterizaciones del orden parcial core [1] (denotado por $A \leq^c B$) y sus potencias $A^2 \leq^c B^2$. Entre otras cosas, se estableció que si se asume la core-aditividad de dos matrices A y B de índice 1, entonces $A \leq^c B \Longleftrightarrow (B-A) \leq^c B$.

Recientemente, en [3], los mismos autores introdujeron un nuevo concepto de ortogonalidad para matrices de índice 1 llamada core-ortogonalidad: $A \perp_c B$ si y solo si $A^cB = 0$ y $BA^c = 0$. Este concepto es una versión intermedia entre la clásica ortogonalidad usual para matrices cuadradas ($AB = 0$ y $BA = 0$) y la $*$-ortogonalidad de matrices rectangulares ($A^*B = 0$ y $BA^* = 0$). Los autores estudiaron fundamentalmente la interrelación de la core-ortogonalidad y la core-aditividad. Entre otras cosas, probaron que $A \perp_c B$ y $AB = 0$ implica que $(A+B)^c = A^c + B^c$. Sin embargo, la implicación recíproca se estableció como una conjetura. La misma fue resuelta en [4].

En este trabajo, se introduce una versión lateral de la core-ortogonalidad, a saber, la core-ortogonalidad a izquierda y la core-ortogonalidad a derecha. Mediante dichos conceptos es posible establecer nuevas condiciones necesarias y suficientes para que dos matrices A y B de índice 1, resulten core-aditivas.

Este trabajo está parcialmente subvencionado por la Universidad Nacional de Río Cuarto (PPI 18/C559), Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería (Resol. Nro. 135/19) y CONICET (PIP 112-201501-00433CO y PIBAA 28720210100658CO).

Trabajo en conjunto con David E. Ferreyra (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina) y Fabián E. Levis (Universidad Nacional de Río Cuarto, CONICET, FCEFQyN, Argentina).

Referencias

[1] O.M. Baksalary, G. Trenkler, Core inverse of matrices, Linear Multilinear Algebra, 58 (6) (2010) 681-697.

[2] D.E. Ferreyra, S.B. Malik, Some new results on the core partial order, Linear Multilinear Algebra, 70 (18) (2022) 3449-3465.

[3] D.E. Ferreyra, S.B. Malik, Core and strongly core orthogonal matrices, Linear Multilinear Algebra, 70 (20) (2022) 5052-5067.

[4] X. Liu, C. Wang, H. Wang, Further results on strongly core orthogonal matrix, Linear Multilinear Algebra (2022). DOI: 10.1080/03081087.2022.2111544.