Solución de Ecuaciones Diferenciales Fraccionarias Secuenciales Lineales con Relación de Recurrencia usando la función γ-α-n-Exponencial

Luciano L. Luque
Universidad Nacional del Nordeste, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Argentina
lluque@exa.unne.edu.ar

El papel de la función exponencial en la solución de las ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes tiene su analogía con el papel de la función de Mittag-Leffler y sus generalizaciones en la solución de las ecuaciones diferenciales de orden no entero. La función exponencial tiene la importante propiedad de ser invariante, salvo constante, por las operaciones de diferenciación e integración. En el cálculo fraccionario, la función que tiene esta propiedad se llama α-Exponencial y se define en términos de la función de Mittag-Leffler de dos parámetros (Ver, por ejemplo [1], [6]).

La dificultad de extender la función α-Exponencial a través de generalizaciones de la función Mittag-Leffler con tres o más parámetros y preservar la invariancia a través de operaciones de diferenciación e integración fraccionaria impulsó la introducción de la definición de una nueva función de tipo Mittag-Leffler, la función γ-α-n-Exponencial, que tiene una propiedad similar a la α-Exponencial pero implica una relación recurrencia cuando se aplican operadores de diferenciación secuencial de Miller-Ross (ver [2] y [6]). El comportamiento particular de las derivadas secuenciales hace que una ecuación diferencial secuencial sea una generalización intuitiva de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

En [2] se introduce la teoría general básica para las Ecuaciones Diferenciales Fraccionarias Secuenciales Lineales con Relación de Recurrencia (EDFSLRR), que involucra el operador fraccionario de Riemann-Liouville; donde se estudian principalmente las soluciones en el caso de coeficientes constantes. Luego, en [4] se investiga las soluciones para las EDFSLRR, en algunos casos cuando sus coeficientes son variables.

En la presente comunicación, se presenta una solución diferente a la ya conocida, presentada en [2], para las EDFSLRR. Esta solución implica una función de tipo Mittag-Leffler, que verifica una propiedad de recurrencia compatible con el comportamiento de las EDFSLRR. Las soluciones presentadas se dan usando la función γ-α-n-Exponencial y también usando las funciones trigonométricas fraccionarias generalizadas definidas en [3].

Trabajo en conjunto con Gustavo A. Dorrego (Universidad Nacional del Nordeste, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Argentina).

Referencias

[1] Kilbas H, Srivastava H, Trujillo J. Theory and Application of Fractional Direrential Equations. USA, Elsevier, 2006.

[2] Luque LL. Linear Differential Equations of Fractional Order with Recurrence Relationship. Progress in Fractional Differentiation and Applications 2021; 7 (1): 1-21. http://dx.doi.org/10.18576/pfda/070101

[3] Luque LL. On a generalized Mittag-Leffler function. International Journal of Mathematical Analysis, 2019; 13(5), 223-234. https://doi.org/10.12988/ijma.2019.9321

[4] Luque LL, Cerutti RA, Dorrego GA. Some Linear Fractional Differential Equations with Recurrence Relationship and Variable Coefficients. International Journal of Mathematical Analysis, 2022; 16(3), 97-113. https://doi.org/10.12988/ijma.2022.912420

[5] Miller KS, Ross B. Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differntial Equation. Wiley, 1993.

[6] Podlubny I. Fractional Differntial Equation. London, Academic Press, 1999.