Teoremas de densidad en grupos LCA con automorfismo expansivo

Rocío Nores
Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, Argentina
rocionores@gmail.com

Los sistemas de Gabor $\mathcal{S}(g,\Lambda) := \{M_\gamma T_x g : (x,\gamma) \in \Lambda\}$ dados por traslaciones y modulaciones de g donde Λ no tiene o tiene muy poca estructura surgen naturalmente. Por ejemplo, se sigue de la teoría de coorbitas de Feichtinger y Gröchenig [1,2] que si g pertenece al espacio de modulación $M^1(\mathbb{R})$ entonces $\mathcal{S}(g,\Lambda)$ será una secuencia de Bessel para cualquier conjunto de índices Λ "suficientemente denso". Nuestro trabajo se ubica en el contexto de un grupo G abeliano localmente compacto que posee un subgrupo H abierto y compacto y, además, existe un automorfismo A de G que es expansivo con respecto a H. Esto es:

$$H \subsetneq AH$$

$$\bigcap_{n\leq 0} A^n H = \{0\}.$$

Con esta estructura podemos definir en G un análogo a las "bolas" de $\mathbb{R}^n$ y por lo tanto, definir una noción de densidad similar a la conocida densidad de Beurling.

Con todo esto, pudimos probar que si $\varphi \in M^1(G)$, $\varphi \neq 0$ y $\Lambda \subseteq G \times \widehat{G}$ es una sucesión con densidad finita, entonces $S(\varphi,\Lambda)$ es una sucesión de Bessel. Esto provee una versión válida en este ambiente del resultado análogo para $\mathbb{R}^n$ probado en [3, Teorema 12]. Por otro lado, también probamos que algunos resultados de densidad que son ciertos en $\mathbb{R}^n$ dejan de serlo en el contexto de grupos con automorfismos expansivos.

Trabajo en conjunto con Emily King (Colorado State University) y Victoria Paternostro (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET).

Referencias

[1] H. Feichtinger and K. Gröchenig, Banach spaces related to integrable groups representatios and their atomic decompositions I, Journal of Functional analysis 86.2 (1989), 307-340.

[2] H. Feichtinger and K. Gröchenig, Banach spaces related to integrable groups representatios and their atomic decompositions part II, Monatshefe für Mathematik 108 (1989), 129-148.

[3] C. Heil, History and evolution of the density theorem for Gabor frames, Journal of Fourier Analysis and Applications 13 (2007), 113-166.