Existencia de soluciones periodicas de un sistema no Lineal y con medidas

Lorenzo Fabian Sierra
UNLPam, Argentina
lorenzofsierra@gmail.com

Propuesta de Comunicación- UMA2022

Resumen:

Sea $H^1([0,T],\mathbb{R}^n)$ el espacio de funciones $u:[0,T]\to\mathbb{R}^n$ tal que $u\in L^2$ al igual que su derivada débil. Vamos a trabajar en el espacio $H^1_T([0,T],\mathbb{R}^n)=\{u\in H^1([0,T])$ tal que $u(0)=u(T)\}$

Sea λ la medida de Lebesgue y sea μ una medida de Borel con signo. Consideramos $e:[0,T]\to\mathbb{R}^n$ en $L^1(|\mu|)$ tal que $\int_{[0,T)} e(t)d\mu=0$, y $F:[0,T]\times\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ que satisface las siguientes condiciones:

(C) F y ∇F son funciones medibles Borel en $t\in[0,T]$ $\forall x\in\mathbb{R}^n$, F y ∇F son continuas con respecto a $x\in\mathbb{R}^n$ para λ-c.t.p. $t\in[0,T]$.

(A) Para λ-c.t.p. $t\in[0,T]$, vale que

$$|F(t,x)|+|\nabla F(t,x)|\leq a(x)b(t),$$

para toda x, donde $a\in C(\mathbb{R}^n,[0,+\infty))$ y $0\leq b\in L^1(\lambda)$.

(P) $F(t,x)=F(t,x+P_i\hat{e}_i)$ para todo $i=1,\dots,n$ donde $P_i\in\mathbb{R}$ y $\hat{e}_i$ son los vectores canónicos.

Consideramos el problema

$$\begin{cases} u''=\nabla F(t,u)+e(t)\mu \\ u(0)-u(T)=0 \\ u'(0)-u'(T)=0 \end{cases}$$

Diremos que u es solución débil del problema si

$$\int_0^T u'(t)\psi'(t)dt=-\int_0^T \nabla F(t,u)\psi(t)dt-\int_{[0,T)} e(t)\psi(t)d\mu$$

$\forall\psi\in H^1_T([0,T],\mathbb{R}^n)$. Aplicamos el Método Directo del Cálculo de Variaciones y el Teorema del Paso de Montaña para demostrar la existencia de dos soluciones las cuales son puntos críticos del funcional. $\varphi_e: H^1_T([0,T])\to\mathbb{R}$ dado por

$$\varphi_e(u)=\int_0^T \frac{|u'(t)|^2}{2}+F(t,u(t))dt+\int_{[0,T)} e(t)u(t)d\mu.$$

Trabajo en conjunto con ACINAS Sonia Ester (Universidad Nacional de La Pampa; sonia.acinas@gmail.com) y MAZZONE Fernando (Univercidad Nacional de Rio Cuarto;).