

PROBLEMAS DE CONTROL ÓPTIMO SIMULTÁNEO PARA INECUACIONES HEMIVARIACIONALES ELÍPTICAS

Claudia M. Gariboldi

Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina
cgariboldi@exa.unrc.edu.ar

Se considera un dominio acotado Ω en \mathbb{R}^d cuya frontera regular Γ consiste de la unión de tres porciones disjuntas Γ_i , $i = 1, 2, 3$ con $med(\Gamma_i) > 0$. Se formula el siguiente problema no lineal con condiciones de frontera mixtas [2]:

$$-\Delta u = g \text{ en } \Omega, \quad u|_{\Gamma_1} = 0, \quad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q, \quad -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_3} \in \alpha \partial j(u),$$

donde α es una constante positiva, $g \in L^2(\Omega)$, $q \in L^2(\Gamma_2)$ y la función $j: \Gamma_3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, llamada superpotencial (potencial no convexo), es tal que $j(x, \cdot)$ es localmente Lipschitz para c.t.p. $x \in \Gamma_3$ y no necesariamente diferenciable. Esta condición multivaluada sobre Γ_3 es denotada por una relación no monótona expresada por el gradiente generalizado de Clarke [1,4]. La formulación débil de (1), está dada por la inecuación hemivariacional [2]:

$$\text{hallar } u \in V_0 \text{ tal que } a(u, v) + \alpha \int_{\Gamma_3} j^0(u; v) d\Gamma \geq L(v), \quad \forall v \in V_0$$

donde j^0 representa la derivada direccional generalizada de Clarke, $a(u, v) = \int_{\Omega} \nabla u \nabla v dx$, $L(v) = \int_{\Omega} gv dx - \int_{\Gamma_2} qv d\gamma$ y $V_0 = \{v \in H^1(\Omega) : v = 0 \text{ sobre } \Gamma_1\}$.

En relación a este problema y siguiendo [3], se formula para cada $\alpha > 0$, un problema de control óptimo simultáneo (C_α), sobre la fuente de energía g y el flujo de calor q , para un determinado funcional costo cuadrático y se prueba un resultado de existencia para los pares óptimos. Además, se considera un problema del tipo (1), con condición de Dirichlet sobre la porción de frontera Γ_3 y vinculado a este sistema, se formula un problema de control óptimo simultáneo (C), sobre la fuente g y el flujo q . Se obtiene, un resultado de convergencia de los controles óptimos y los estados del sistema de (C_α) al correspondiente control óptimo y estado del sistema de (C), cuando α tiende a infinito.

Trabajo en conjunto con Carolina M. Bollo (Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina) y Domingo A. Tarzia (Universidad Austral-CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] Clarke F.H., Optimization and Nonsmooth Analysis, Wiley, Interscience, New York (1983).
- [2] Gariboldi C. M. - Migorski S. - Ochal A. - Tarzia D.A., Existence, comparison, and convergence results for a class of elliptic hemivariational inequalities, Appl. Math. Optim., 84 (Suppl 2) (2021), S1453-S1475.
- [3] Gariboldi C. M - Tarzia D. A., Distributed optimal control problems for a class of elliptic hemivariational inequalities with a parameter and its asymptotic behavior, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 104 No.106027 (2022), 1-9.
- [4] Migorski S. - Ochal A. - Sofonea M., Nonlinear Inclusions and Hemivariational Inequalities. Models and Analysis of Contact Problems, Springer, New York (2013).