Frames de iteraciones de dos operadores que conmutan

Alejandra Patricia Aguilera Aguilera
Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET, Argentina
aaguilera@dm.uba.ar

El problema del Muestreo Dinámico consiste en recuperar una señal que evoluciona con el tiempo a partir de sus muestras tomadas en diferentes momentos de su evolución temporal. Se supone que las muestras espaciales registradas en cada instante de tiempo son insuficientes para recuperar la señal por lo que se requieren varias instancias temporales de muestreo espacial. A diferencia del problema clásico del muestreo donde se busca la reconstrucción a partir de muestras espaciales en un instante de tiempo fijo, aquí se plantea la reconstrucción de la señal a partir de muestras espacio-temporales. Si suponemos que la señal que se quiere reconstruir está en cierto espacio de Hilbert $\mathcal{H}$, este problema se puede formular como: encontrar condiciones necesarias y suficientes para que una colección de la forma $\{T^n f_i : i \in I, n = 0, ..., \ell_i\}$ sea un frame de $\mathcal{H}$, para ciertos vectores $\{f_i : i \in I\}$ y cierto operador T. Estos frames generados al tomar las órbitas de un operador actuando en un conjunto de vectores ha sido un tema de estudio en los últimos años debido a sus aplicaciones al muestreo dinámico.

En este trabajo consideramos dos operadores acotados T y L que conmutan entre sí actuando en algún espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ y caracterizamos las familias de la forma $\{T^k L^j \phi : k \in \mathbb{Z}, j \in J, \phi \in \Phi\}$ que generan un marco del espacio $\mathcal{H}$. La caracterización obtenida está dada en términos de subespacios modelos del espacio de funciones medibles de cuadrado integrable definidas en el círculo unitario y que toman valores en algún espacio de Hardy con multiplicidad. Los operadores que actúan en estos modelos son el shift bilateral y la compresión del shift unilateral (actuando puntualmente). Este contexto incluye el caso cuando $\mathcal{H}$ es un subespacio de $L^2(\mathbb{R})$ invariante por traslaciones enteras, T es la traslación por 1 y L es un operador que conmuta con las traslaciones.

El trabajo anterior nos motivó a encontrar una descripción de los subespacios que son invariantes por el shift unilateral (actuando puntalmente) y a su vez reducen al operador shift bilateral. Las condiciones obtenidas son del tipo de los teorema sobre subespacios invariantes de Beurling-Lax-Halmos.

Trabajo en conjunto con Carlos Cabrelli (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET), Diana Carbajal (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET) y Victoria Paternostro (Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET).