

UNA TÉCNICA DE DESCOMPOSICIÓN DE FUNCIONES Y APLICACIONES A ALGUNAS
DESIGUALDADES.

Ignacio Ojea

UBA - IMAS, Argentina
iojea@dm.uba.ar

Dado un dominio acotado Ω y una función f de promedio nulo en Ω obtenemos una descomposición $\{f_t\}_{t \in \Gamma}$, donde cada f_t tiene promedio nulo y soporte U_t y el conjunto de índices Γ admite una estructura de árbol. Los conjuntos U_t son dominios simples (e.g.: bolas, cubos, rectángulos). Probamos también una estimación de la suma de las normas (con peso) de las g_t en términos de la norma (con peso) de g . Para ello utilizamos una desigualdad de tipo Hardy, discreta, con pesos y sobre árboles, para cuya validez obtenemos una condición suficiente dependiente de los pesos. Esta descomposición permite generalizar a dominios complejos resultados cuya validez es conocida sobre los dominios simples U_t .

Aplicamos esta técnica a dominios con frontera Hölder $-\alpha$ y a dominios de John, obteniendo como consecuencias: existencia de una inversa a derecha para el operador divergencia con su correspondiente estimación a priori, desigualdades de Poincaré mejorada y fraccionaria, desigualdad de Korn y una versión local de la desigualdad de Fefferman-Stein. En todos los casos trabajamos en espacios de Sobolev con pesos de la forma $d(\cdot, \partial\Omega)^{\beta p}$.

Las singularidades que puede presentar la frontera de un dominio Hölder $-\alpha$ hacen que las desigualdades estudiadas requieran de un corrimiento en los exponentes. Nuestros resultados son válidos con la restricción:

$$\beta p > -\alpha,$$

lo que amplía el rango de exponentes previamente conocidos en la literatura.

En el caso de dominios de John, nuestros resultados son válidos para:

$$\beta p > -(n - \dim_A(\partial\Omega)),$$

donde $\dim_A(\partial\Omega)$ es la dimensión de Assouad del borde del dominio. Nuevamente, esta condición amplía el rango de pesos previamente conocido. Conjeturamos que en ambos casos las restricciones son óptimas.

Trabajo en conjunto con Fernando López García, Cal Poly Pomona, California, Estados Unidos..

Referencias

- [1] López-García, F., Ojea, I.; Weighted discrete Hardy inequalities on trees and applications, Potential Analysis, (2022) 10.1007/s11118-021-09982-5
- [2] López-García, F., Ojea, I.; Some inequalities on weighted Sobolev spaces, distance weights and the Assouad dimension. En preparación.